

Modelagem da Estrutura a Termo das Taxas de Juros - ETTJ Estudo empírico sobre seu conteúdo informacional

Resumo: *Participantes do mercado, investidores, formuladores de política monetária, e observadores em geral prestam especial atenção ao formato da curva de juros como um indicador do impacto da política monetária corrente e futura sobre a economia. A ETTJ, associada a títulos de uma certa natureza - governamentais por exemplo - mostra como o rendimento do título varia em função do seu vencimento. Lion (2002). O presente artigo modela a Estrutura a Termo da Taxa de Juros - ETTJ partindo de uma nova abordagem, a proposta por Nelson Siegel (1987) utilizando a técnica Simulated Annealing que é hoje um diferencial no que tange a modelagem da ETTJ. O modelo proposto por Siegel (1987) contém quatro parâmetros a serem estimados, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$, $\beta_{3,t}$ e λ , estes parâmetros são capazes de identificar os movimentos no nível, na inclinação, na curvose da curva de juros e seu ponto de inflexão, como forma de facilitar o processo de estimação. A maioria dos métodos utilizados, para facilitar os cálculos, fixa um valor para o parâmetro λ , o ponto de inflexão da curva. Um diferencial neste trabalho, é a possibilidade de estimação do parâmetro λ utilizando a técnica Simulated Annealing. Com a modelagem da ETTJ podemos extrair o Spread - diferença entre a taxa de curto e longo prazo - e usarmos esse dado para predizer variáveis econômicas, essa conclusão é descrita por uma vasta literatura apresentada e por algumas análises empíricas descrita neste trabalho.*

Palavras-chave: *ETTJ, Simulated Annealing, Modelo de Nelson Siegel e atividade econômica.*

1 Introdução

A modelagem da Estrutura a Termo de Taxas de Juros tem recebido várias contribuições na literatura. Em um número importante destes trabalhos busca-se a estimação de componentes, tipicamente aditivos, responsáveis por características bem definidas das curvas de juros. O trabalho mais conhecido neste tópico é possivelmente o artigo de Litterman e Scheinkman (1991), onde é utilizada a técnica de Componentes Principais. Neste artigo, de uma maneira exploratória, os autores identificam três componentes capazes de explicar algo em torno de 98% da variabilidade das taxas implícitas a papéis de varias maturidades no mercado americano. A maior importância da decomposição obtida foi a possibilidade de interpretação dos movimentos que ocorrem com as taxas de juros. Com efeito, Litterman e Scheinkman (1991) identificam as três componentes obtidas como sendo responsáveis, respectivamente e em ordem de importância, por movimentos no nível, na inclinação e na curvatura da curva de juros.

A análise de Componentes Principais é, essencialmente, técnica de análise exploratória de dados visando à redução de dimensionalidade. Seu uso mais difundido visa indicar estruturas passíveis de serem modeladas estatisticamente em processos similares àqueles estudados. Neste sentido Vieira Neto (2001), desenvolve um modelo para a evolução da Estrutura a Termo de Taxas de Juros impondo uma forma analítica para as três componentes identificadas em Litterman e Scheinkman (1991), além de propor formas analíticas para uma quarta componente.

O objetivo deste trabalho é estimar as quatro componentes propostas pelo modelo de Nelson Siegel (1987) utilizado no artigo de Vieira Neto (2001) usando o método de simulação estocástica - *Simulated Annealing* - que consiste em um algoritmo iterativo utilizado para problemas de otimização. Seu diferencial é poder otimizar problemas com um grande numero de parâmetros.

Primeiramente será descrito o modelo proposto por Siegel (1987) conjuntamente como o Método de simulação estocástica - *Simulated Annealing*, na sequencia serão descritos alguns trabalhos que enfatizam a relação econômica implícita na ETTJ, onde pesquisadores encontraram evidências de que a Estrutura a Termo da Taxa de Juros possui conteúdo informacional acerca da atividade econômica e estas evidencias serão estudadas e testadas para o caso brasileiro em continuação do presente trabalho.

2 Fundamentos

Existem distintas classes de métodos usados na modelagem da ETTJ. Dentre essas classes estão: os modelos tradicionais que de uma forma simplificada se dividem em Modelos de Equilíbrio e Modelos de Não Arbitragem. Como exemplo de Modelos de Equilíbrio podemos citar o trabalho de Cox, Ingersoll e Ross (1985). O estudo sugere a utilização do modelo intertemporal de Equilíbrio Geral de precificação de ativos para estudar a ETTJ. Neste método, fatores influentes sobre a Estrutura a Termo como, expectativas, aversão ao risco, alternativas de investimento e preferências quanto ao momento do consumo atuam na determinação dos preços e conseqüentemente, das taxas, podemos citar também os trabalhos de Brennan e Schwartz (1979) e Longstaff e Schwartz (1992).

Segundo Lion (2002), Brennan e Schwartz (1979) desenvolveram um modelo em que o processo para a taxa de curto prazo reverte para uma de longo prazo, que por sua vez segue um processo estocástico, Longstaff e Schwartz (1992) propuseram inicialmente um modelo de equilíbrio geral para a economia e derivam um modelo para a estrutura a termo das taxas de juros em que há volatilidade estocástica.

Como exemplo de Modelos de Não Arbitragem, podemos citar o trabalho de Ho e Lee (1986) *apud* Gluckstern e Eid Jr (2002), onde é ajustada pelos autores uma árvore binomial para preços de títulos de renda fixa sem pagamento de cupom, considerando a Estrutura a Termo como dada e impondo a restrição de que os títulos de renda fixa atinjam o valor ao par no vencimento. Uma vez que o modelo assume um único fator, os movimentos em toda a curva de rendimentos podem ser explicados somente por uma variável de estado.

Existe também os Modelos Alternativos, os buscam estimar a curva de juros a partir de preços observados de ativos negociados em função de suas respectivas maturidades e informações a priori, sobre a natureza da curva. Nessa classe de modelos para se construir a curva deve-se tomar as taxas de juros efetivas embutidas nos títulos disponíveis para todos os prazos possíveis e procurar ajustar uma curva de juros através destas taxas. A estrutura é construída a partir dos prazos mais líquido e é feita uma interpolação entre as taxas dos títulos que não tem liquidez. Lion (2002).

Entre os Métodos desta classe segundo Lion (2002) temos o Método de ajuste de funções *Cubic Spline*, onde o desígnio é interpolar os pontos conhecidos, o que consiste em construir uma função contínua f que permita o cálculo de uma dada função $g(z)$, sendo z um ponto interior de um dado intervalo definido.

Em resumo, Lion (2002) descreve que na curva contínua estimada utilizando o método de ajuste de funções *Cubic Spline*, os pontos observados e as informações a priori sobre a Estrutura a Termo da Taxa de Juros irá fornecer então, “previsões” para as taxas para as quais não existe um ponto na curva de juros.

O presente artigo modela a Estrutura a Termo da Taxa de Juros - ETTJ - partindo de uma abordagem diferenciada das demais apresentadas até agora, a proposta por Nelson Siegel (1987), utilizando a técnica *Simulated Annealing*, que de fato consiste em um algoritmo iterativo utilizado sobretudo para problemas de otimização. Sua contribuição é o atrativo de poder otimizar problemas com um grande numero de parâmetros o que até então era um impasse persistente nos trabalhos anteriores.

3 O Modelo

3.1 Nelson Siegel

A abordagem proposta no artigo de Nelson Siegel (1987) *apud* Ribeiro (2010) explica a Curva de Juros por meio de pesos exponenciais nos fatores. Nesta abordagem, o modelo proposto representa um grande número de vencimentos para as taxas de juros como uma função matemática. como descrito no artigo, as funções podem ser usadas para obter um modelo parcimonioso, representando os principais fatos estilizados, historicamente observados na Curva de Juros: monotonicidade, convexidade e formato em ‘‘Sino’’, persistência no nível das taxas, maiores volatilidades em maturidades de curto prazo e baixa persistência nos *spreads*.

‘‘As funções matemáticas que podem gerar estes fatos estilizados da Curva de Juros estão associadas a soluções de equações diferenciais ou a diferenças. Denota-se o conjunto de taxas de juros com vencimento em τ de $Y(\tau)(\dots)$ ’’ Ribeiro (2010). O modelo de Siegel, (1987) contém quatro parâmetros a serem estimados, β_1 , β_2 , β_3 e λ .

$$y_t(\tau) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3,t} \left(\frac{1 - e^{\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{\lambda_t \tau} \right)$$

As três componentes, β_1 , β_2 , β_3 e λ , são capazes de identificar os movimentos no nível, na inclinação, na curtose da curva de juros e o ponto de inflexão, respectivamente. A primeira componente β_1 é associada a movimentos essencialmente paralelos que ocorrem nos instrumentos com vencimento de longo e curto prazos, porem com menor intensidade no curto prazo. Litterman e Scheinkman (1991) perceberam que a segunda componente transparece a inclinação da ETTJ. Esta interpretação foi verificada quando se observou a rotação que ocorria em relação a uma curva média. A terceira componente foi denominada curvatura. Conforme descrito por Litterman e Scheinkman (1991) ela está principalmente associada à volatilidade. Essas três componentes, acrescidas de uma quarta, responsável pelo ponto de inflexão da curva, são estimadas pelo método Simulated Annealing.

Segundo Ribeiro (2010), um choque no primeiro fator, Nível, impacta de forma uniforme em todas as taxas de juros da curva, ou seja, deslocamento paralelo da Curva de Juros; um choque no segundo fator, Inclinação, leva a mudanças das taxas de mais curto prazo comparativamente às taxas de longo prazo, ou seja, há mudança de inclinação da Curva de Juros; finalmente, um choque no terceiro fator, Curvatura, têm como resultados deslocamentos diferenciados nas taxas de curto e longo prazos, comparativamente às taxas de médio prazo, ou seja, há uma mudança da curtose da Curva de Juros.

3.2 *Simulated Annealing*

O *Simulated Annealing* consiste em uma técnica moderna introduzida por Kirkpatrick, Gelatt e Vecchi (1983), o método tem como base a ideia de se aplicar o princípio de tratamento térmico (aquecimento e gradativo resfriamento) para a solução de problemas de natureza combinatorial, podendo ser considerado um método heurístico melhorativo de busca aleatória na vizinhança. No geral *Simulated Annealing* é um algoritmo iterativo largamente utilizados para problemas de otimização. Nas palavras de Varela e Ribeiro (2001) (...) ‘‘o *Simulated Annealing* consiste num

procedimento fiável para usar em situações em que o conhecimento é escasso ou se aparenta difícil de aplicar algorítmicamente. Mesmo para dar soluções a problemas complexos, esta técnica é relativamente fácil de implementar e normalmente executa um procedimento do tipo *hill-climbing* com múltiplos recomeços. Tipicamente, esta técnica gera um caminho “Markoviano”, em que o sucessor de um ponto atual é escolhido estocasticamente, com uma probabilidade que depende apenas do ponto atual e não da história prévia da busca.” (...)

Seja X^* a solução ótima a ser atingida, retira-se ao acaso uma solução X^* na vizinhança da solução atual X . Se o valor da função-objetivo da sequência X^* for menor ou igual ao valor da função-objetivo da sequência atual X , então X^* passa a ser a nova solução atual. Caso contrário, X^* pode se tornar a nova solução atual de acordo com uma probabilidade dada por:

$$P(k) = e^{-\Delta/\tau}$$

Onde, Δ é a diferença entre as medidas de desempenho das duas soluções e τ é o parâmetro denominado temperatura.

O método *Simulated Annealing* tem sido objeto de grande interesse nas áreas científicas em função de aplicações bem sucedidas citadas na literatura das mais diversas áreas. Exemplos de aplicações dessas técnicas são encontrados em: Ishibuchi, Misaki e Tanaka(1995); Osman e Potts(1989) ; Park e Kim(1998); e Zegordi, Itoh e Enkawa(1995).

Segundo Varela e Ribeiro (2001), em procedimentos do tipo *Simulated Annealing*, a sequência das soluções não tendem linearmente para um ótimo local, como acontece em outras técnicas de pesquisa local. Sendo assim, verifica-se que as soluções traçam um percurso ou trajeto variável, através de um dado conjunto de soluções possíveis e este percurso tende a ser guiado numa direção “favorável”.

Podemos então de forma simples descrever que o método *Simulated Annealing* possui o atrativo de poder otimizar problemas com um grande número de parâmetros, especialmente quando se deseja a obtenção do mínimo ou máximo global de um sistema por esse atrativo este será o método utilizado.

3.3 Modelagem

Para modelar a ETTJ foi utilizado no processo de otimização a seguinte função perda:

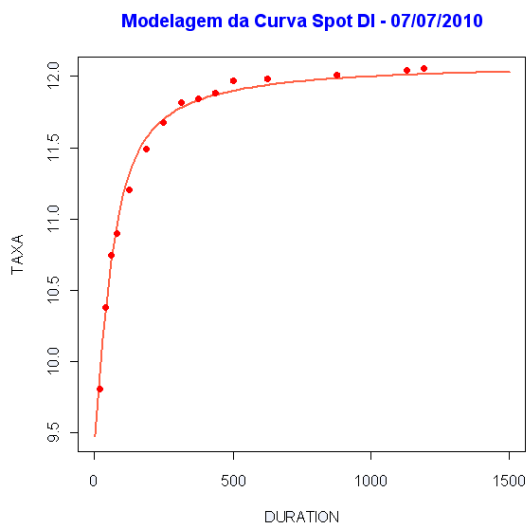
$$\hat{\beta}_t = \min_{\tau} \sum [Y_t(\tau) - y_t(\tau)]^2$$

$Y_t(\tau)$ é a taxa observada no instante t para todos níveis de τ (*Duration*), $y_t(\tau)$ é valor da curva de Nelson Siegel.

Os dados utilizados para a formulação foram retirados do site da BM & F.

Cod.	PU	Duration	Codi.	PU	Duration	Cod.	PU	Duration
Q10	99,333.84	18	N11	89,701.46	248	F14	67,331.58	879
U10	98,444.17	40	V11	87,047.73	313	F15	60,007.45	1.132
V10	97,559.86	61	F12	84,659.54	375	J15	58,347.77	1.193
X10	96,729.87	81	J12	82,267.37	438	F21	30,543.91	2.636
F11	94,908.92	124	N12	79,907.69	500			
J11	92,284.63	186	F13	75,492.30	626			

Para visualização Aplicamos o modelo de Nelson Siegel (1987) aos dados retirados do site da BOVESPA obtemos assim a seguinte curva:



A abordagem proposta neste trabalho foi aplicada as Taxas *Spot* - Consiste na taxa de um investimento para um dado período de tempo com início hoje e término em n unidades de tempo. A taxa *Spot* é, também denominada, taxa à vista, negociada no momento, para um determinado período t . Foram modeladas no total oitenta e cinco curvas, do dia 03/05/2010 ao dia 27/08/2010 empregando o método proposto por Nelson Siegel(1987) usando o *Simulated Annealing*.

4 Trabalhos futuros

Dando continuidade aos estudos pode se prever condições futuras da economia. Sabe-se que certas variáveis do mercado financeiro contém úteis informações sobre as condições futuras da economia, estudos recentes apontam que a taxa de juros e o spread entre as taxas de juros de ativos financeiros alternativos têm sido usados como previsores do nível da atividade econômica.

Segundo Ireland (1996), a relação entre a rentabilidade dos títulos públicos e a inflação já era percebida por Fisher (1907). Na teoria Fisheriana, variações na rentabilidade dos títulos públicos são originadas de duas fontes: as alterações em tempo real das taxas de juros e mudanças na inflação esperada. Essa discussão deu início a uma nova geração de pesquisa.

Ainda segundo Ireland (1996), o modelo de Fisher, aprimorado por Lucas (1978), garante que os movimentos das taxas de rentabilidade dos títulos governamentais de longo prazo reflitam as mudanças nas expectativas inflacionárias, se, e somente se, as taxas de juros forem estáveis e o prêmio de risco (termo de covariância) pequeno.

O interesse no papel da taxa de juros como previsor na economia foi intensificado também com o trabalho de Sims (1972), onde a estimação do modelo Vetor Auto-Regressivo (VAR = Vector Autoregression System) com dados do pós-guerra para os Estados Unidos, empregando variáveis tais como o nível da produção industrial, o índice de preços no atacado e o estoque de moeda, advertiu que a expansão do estoque de moeda era relevante para explicar variações na produção industrial; mais especificamente, aquela variável explicava de certa maneira a variância da produção industrial em um horizonte de 48 meses. No entanto, quando a taxa de juros dos títulos comerciais era incluída no seu modelo, quase todo o poder explicativo do estoque de moeda transferia-se para a taxa de juros, que passava a explicar, então, parte da variância da produção industrial no mesmo horizonte de 48 meses. Sims (1972) *apud* Rossi (1996).

No texto de Bernard E Gerlach (1996), foi proposta a competência da Estrutura a Termo para prever recessões em oito países (Bélgica, Canadá, França, Alemanha, Japão, Holanda, o Reino Unido e os Estados Unidos). Segundo Bernard e Gerlach (1996), para a relação entre a inclinação da estrutura a termo e o crescimento econômico real, existem duas hipóteses concorrentes. A primeira é que esta relação é decorrente dos efeitos da política monetária. Como suposição é descrito que quando o Banco Central “aperta” a política monetária, elevando as taxas de juros de curto prazo, os agentes modificam suas expectativas futuras em relação às taxas de juros, conseqüentemente, as taxas de juros de longo prazo também aumentam, levando a uma curva crescente com concavidade para baixo. Sabendo que o efeito da política monetária leva cerca de dois anos, se pode concluir que o “aperto” da política monetária está associado a uma redução do crescimento futuro e uma maior probabilidade de uma recessão.

A hipótese alternativa é que a curva reflete as expectativas dos agentes financeiros quanto ao futuro crescimento econômico. É proposto por Bernard E Gerlach (1996) que, em um cenário econômico, quando as taxas de inflação tendem a cair em um período onde o crescimento real é baixo, as expectativas conduzem a uma queda nas taxas de juros de longo prazo. A curva continua crescente com concavidade para baixo, o que possivelmente mudará será o grau de inclinação e o nível da curvatura, então desde que as expectativas estejam corretas, haverá antecipação de uma nova recessão.

Os resultados, em resumo, foram os seguintes: Primeiro, a curva de rendimento fornece informações sobre a probabilidade de recessão futura em todos os países. Em segundo lugar, os *spreads* são úteis para prever recessões com dois anos de antecedência, ou seja, um espaço curto de tempo. Em terceiro, o resultado não é igual para todos os países, em alguns a informação é limitada, apesar disso o estudo obteve êxito.

Segundo Estrella (2004) a inclinação da Estrutura a Termo da Taxa de Juros, especificamente o *spread* entre a taxa de longo prazo e a de curto prazo tem sido estudada empiricamente como um importante previsor de inflação e da atividade econômica, especificamente, o crescimento do PIB, o crescimento da produção industrial, e os índices de recessão. Estrella (op. cit.) constrói um modelo analítico acerca das expectativas racionais para investigar as razões e os resultados empíricos.

O modelo tem flexibilidade para acomodar várias abordagens acerca das relações macroeconômicas, de modo que permita evitar a dependência de um único paradigma. Um recurso útil do modelo é que ele pode ser resolvido analiticamente, resultando em uma relação restrita entre a estrutura a termo e as expectativas de atividade real e inflação. Como descrito por Campbre (1994) *apud* Estrella (2004), este tipo de abordagem faz à mecânica da solução mais “transparente” possível. O modelo é uma combinação entre a curva de Phillips, uma curva IS e uma equação com a finalidade de orientar a política monetária que pode ser chamada de função de reação, ou seja, a regra de instrumento da autoridade monetária. No modelo proposto, diferente dos até então usados na literatura, é incluído um termo estrutural em que é permitido um ou dois vencimentos, cujos rendimentos estão sujeitos a hipóteses de expectativas e aos argumentos da equação de Fisher.

Os resultados analíticos encontrados por Estrella (2004) mostram que a curva de juros deve auxiliar a prever a produção e a inflação na maioria das circunstâncias, embora o peso exato desta previsão possa variar de acordo com a amostra analisada. Estrella (*op. cit.*) afirma que as relações entre as variáveis propostas - curva de juros, inflação produto - em quase na totalidade dos trabalhos empíricos anteriores são encontradas nas equações propostas por ele no artigo em questão.

O aumento do interesse concernente ao uso da estrutura a termo da taxa de juros como previsora acerca da dinâmica econômica brasileira tem como causa a evolução da dívida mobiliária federal desde 2005, quando o Tesouro Nacional concentrou esforços na construção de uma curva de rendimentos prefixada mais longa, a partir da emissão de títulos prefixados com cupons fixos de juros e promoveu as emissões de novos títulos e novos vencimentos relativos a índices de preços, principalmente as Notas do Tesouro Nacional, indexados ao IPCA. Dado que estes títulos são indexados á índices de inflação, a ETTJ correspondente refletirá uma expectativa futura da taxa de inflação.

O caso brasileiro foi estudado por Shousha (2006), onde foram encontradas evidências de que a Estrutura a Termo da Taxa de Juros possui conteúdo informacional acerca da atividade econômica, geralmente, para um horizonte de até 12 meses. Segundo a estatística demonstrada, o spread entre as taxas de juros de curto e longo prazo está relacionado essencialmente com as expectativas de modificações no estado da política monetária.

Utilizando as premissas propostas nos trabalhos descritos a cima podemos descrever algumas equações e avaliar las empiricamente, são elas::

Curva *IS*;

$$Y_t = f_1(Y_{t-p}, r_{t-p})$$

Onde, Y_t representa a variação da Produção Industrial e r a Taxa de Juros, t o período de tempo, e p , o lag de dependência, logo a variação da Produção Industrial no tempo t é influenciada positivamente pela variação da Produção Industrial do período $t - p$ e negativamente pela Taxa de Juros também no período $t - p$.

Curva de Phillips;

$$\pi_t = f_2(\pi_{t-p}, Y_{t-p})$$

Onde, π_t representa a Variação da Taxa de Inflação no período t , aqui representada pelo IPCA, este indicador é influenciado positivamente pela variação da Taxa de Inflação do período $t - p$

e positivamente pela variação da Produção Industrial também do período $t - p$.

Regra de Política;

$$r_t = f_3(Y_t, \pi_t)$$

logo, a Taxa de Juros no tempot é influenciada positivamente pelas variações da Produção Industrial no tempot e variações do IPCA também no tempot.

Podemos descrever a Taxa de Juros de longo prazo como;

$$R_t = \frac{1}{2}r_t + \frac{1}{2}E[r_{t+p}]$$

seguindo os fundamentos propostos por Fisher, a Taxa de Juros de Longo prazo é uma ponderação entre a Taxa de Juros corrente e a Taxa de Juros esperada para o período $t + p$.

O *Spread* entre as Taxas de Juros de curto e longo prazo é dado por:

$$S_t = R_t - r_t$$

Dada a equação de Regra de Política(2.9) descrita acima podemos então definir que:

$$E[r_{t+p}] = h_1(E[Y_{t+p}], E[\pi_{t+p}])$$

A Taxa de Juros esperada para o período $t + p$ é função das variações do Produto Industrial esperado e do IPCA esperado. Ambos impactam positivamente a Taxa esperada de Juros.

De acordo com as premissas descritas na equação que representa a curva IS, temos que:

$$E[Y_{t+p}] = h_2(Y_t, r_t)$$

Ou seja, a variação esperada da Produção Industrial para o tempo $t + p$ é influenciada positivamente pela variação da Produção Industrial corrente e negativamente pela Taxa de Juros corrente.

Da mesma forma, de acordo com a equação da Curva de Phillips ;

$$E[\pi_{t+p}] = h_3(\pi_t, Y_t)$$

Ou seja, a variação esperada do IPCA para o tempo $t + p$ está em função das variações da Produção Industrial e do IPCA corrente.

Fazendo algumas substituições obtemos a equação que fornece a Taxa de Juros de longo.

$$R_t = \frac{1}{2}r_t + \frac{1}{2}\{h_1(h_2(Y_t, r_t), h_3(\pi_t, Y_t))\}$$

Logo,

$$S_t = \frac{1}{2}r_t + \frac{1}{2}\{f_4[h_1(h_2(Y_t, r_t)), h_3(\pi_t, Y_t)] - [f_3(Y_t, \pi_t)]\}$$

Podemos então concluir que a modelagem da ETTJ pode nos fornecer dados econômicos importantes como PIB e índices de inflação - IPCA, visto que o *spread* pode ser retirado da Estrutura a Termo das Taxas de Juros. Criando um mecanismo de predição desses dados econômicos.

5 Conclusão

Neste trabalho foi proposto como diferencial a modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros - ETTJ pelo Método descrito por Nelson Siegel (1987) utilizando a técnica *Simulated Annealing* com a finalidade de agregar um novo método de estimação e modelagem da ETTJ na vasta literatura já existente acerca do assunto.

Ressaltamos por fim, a capacidade informacional do *spread* - diferença entre a taxa de curto e longo prazo retirado da então modelada ETTJ - que segundo os trabalhos publicados nos mais distintos países tem o poder de prever condições futuras da economia, tais como Inflação, PIB, e possíveis recessões. Trabalho este que será estatisticamente desenvolvido em uma próxima pesquisa.

Referências

- [1] BARCINSKI, A.; **Hedging strategies using a multifactor model for the Brazilian interest rate.** Mimeografado. 2000.
- [2] BERNARD, H. e GERLACH S.; **Does the Term Structure Predict Recessions? The International Evidence.** Switzerland. Bank for International Settlements Working, Paper 37. September 1996.
- [3] BRENNAN, M. J. e SCHWARTZ, E. S.; **A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds.** Journal of Banking and Finance, September.1979.
- [4] BUZZO, W. R. E MOCCELLIN, J. V.; **A Influencia da Temperatura Inicial no Desempenho de um Método Híbrido. Algoritmo Genético - Simulated Annealing para programação Flow Shop Permutacional.** Escola de Engenharia de São Carlos - USP. 1999.
- [5] COX, J.C., INGERSOLL, J. E. e ROSS, S.A.; **A theory of the term structure of interest rates.**1985.
- [6] ESTRELLA, A.; **Why Does the Yield Curve Predict Output and Inflation?** New York. Federal Reserve Bank of New York, Working Paper. 2003.
- [7] FISHER, I.; **The Rate of Interest.** New York. MacMillan Company. 1907.
- [8] GLUCKSTERN, M. C. e EID JR., W. G. F.; **Aplicação do modelo Hull-White à precificação de opções sobre IDI.** Anais do II Encontro Brasileiro de Finanças, Rio de Janeiro. 2002.
- [9] HO, T. e LEE, s.; **Term Structure Movements and Pricing Interest Rate.**Contingent Claims.Journal of Finance, December. 1986.
- [10] IRELAND, P.N.; **Long-Term Interest Rates and Inflation: A Fisherian Approach.** Richmond. Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly. 82(1). 1996.
- [11] ISHIBUCHI, H., MISAKI, S. e TANAKA, H.; **Modified Simulated Annealing Algorithms for the Flow Shop Sequencing Problem.** European Journal of Operational Research 81. 1995.
- [12] KIRKPATRICK, S., GELATT, C.D. Jr. e VECCHI, M.P.; **Optimization by Simulated Annealing.** Science 220. 1983.
- [13] KRUGER, C.J.C.; **constrained Cubic Spline Interpolation.** <<http://www.korf.co.uk/spline.pdf>>.2003.
- [14] LION, O. M. B.; **Um estudo sobre a modelagem da estrutura a termo da taxa de juros e a precificação de opções sobre títulos de renda fixa.** Rio de Janeiro. 2002.
- [15] LITTERMAN, R. E SCHEINKMAN, J.; **Common Factors Affecting Bond Returns.** The Journal of Fixed Income. pp. 54-61. Junho/1991.

- [16] LONGSTAFF, F. A. and SCHWARTZ, E. S.; **Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two-Factor General Equilibrium Model.** Journal of Finance, Sep, v. 47, n. 4. 1992.
- [17] LUCAS, JUNIOR, R. E.; **Asset Prices in an Exchange Economy.** Econometrica, vol. 46. November 1978.
- [18] MCKINLEY, S. AND LEVINE, M.; **Cubic Spline Interpolation.** Publicado em <<http://online.redwoods.cc.ca.us/instruct/darnold/laproj/Fall98/SkyMeg/Proj.PDF>>.
- [19] OSMAN, I. H. e POTTS, C. N.; **Simulated Annealing for Permutation Flow-Shop Scheduling.** OMEGA 17. 1989.
- [20] PARK, M. W. e KIM, Y.D.; **A Systematic Procedure for Setting Parameters in Simulated Annealing Algorithms.** Computers & Operations Research. 1998.
- [21] RIBEIRO, P. F.; **Estrutura a termo da taxa de juros no Brasil e previsibilidade de ciclos econômicos.** EESP - Teses, Doutorado. FGV. São Paulo. 2010.
- [22] ROSSI, J., W.; **A Estrutura a Termo da taxa de juros: uma síntese.** Rio de Janeiro. IPEA Texto para discussão nº 447. Dezembro 1996.
- [23] SIEGEL C. N.; **Parsimonious Modeling of Yield Curves.** Journal of Business, 60, 4, 473-489. 1987.
- [24] SHOUSHA, S.; **Estrutura a Termo da Taxa de Juros e Dinâmica Macroeconômica no Brasil.** Rio De Janeiro. Revista do BNDES. V. 15, N. 30, P. 303-345. DEZ. 2008.
- [25] VARELA, M. L. R. e RIBEIRO, R. A.; **Utilização de simulated annealing em otimização difusa.** Revista de Investigação Operacional. Dezembro, 2001.
- [26] VIEIRA NETO, C. A.; **Modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros: Dinâmica, Avaliação de Contratos Derivativos, Gerenciamento de Risco e Formulação de Estratégicas.** Tese de doutorado, Universidade de São Paulo - USP. 2001.
- [27] ZEGORDI, S.H., ITOH, K. e ENKAWA, T.; **Minimizing Makespan for Flow Shop Scheduling by Combining Simulated Annealing with Sequencing Knowledge.** European Journal of Operational Research. 1995.